

Esercizi di matematica per le vacanze estive
Future classi prime – Linguistico ed Economico Sociale

Riscaldamento con i numeri

1. Applicando le proprietà studiate, calcolare in modo rapido:

- a. $(40 + 72 + 56) : 8 = \dots\dots\dots$
- b. $(96 + 60 + 144) : 12 = \dots\dots\dots$
- c. $(20 \times 8 \times 3) : 4 = \dots\dots\dots$
- d. $(9 \times 12 \times 5) : 6 = \dots\dots\dots$
- e. $(32 \times 2 \times 3) : 16 = \dots\dots\dots$

2. Invertendo opportunamente le cifre, fare in modo che i seguenti numeri diventino divisibili per il numero indicato (esempio: per 2 , 325 $\rightarrow$ 352):

per 2 : 123 $\rightarrow$ 427 $\rightarrow$ 651 $\rightarrow$ 1203 $\rightarrow$, 7325 $\rightarrow$ 8003 $\rightarrow$
 per 4 : 243 $\rightarrow$ 306 $\rightarrow$ 405 $\rightarrow$ 2733 $\rightarrow$ 5723 $\rightarrow$ 9054 $\rightarrow$
 per 11: 213 $\rightarrow$ 4567 $\rightarrow$ 1854 $\rightarrow$ 2570 $\rightarrow$ 21430 $\rightarrow$

3. Dire se le seguenti proposizioni sono vere o false:

- a. Un numero divisibile per 2 è divisibile anche per 4 V F
- b. Un numero non divisibile per 9 può essere divisibile per 3 V F
- c. Un numero che termina con zero è divisibile per 4 V F
- d. Un numero non divisibile per 5 può essere divisibile per 10 V F
- e. Un numero divisibile per 3 e per 5 è divisibile anche per 15 V F
- f.

4. Eseguendo il **calcolo a mente**, scomporre i seguenti numeri seguendo l'esempio:

Es. $180 = 18 \times 10 = 2 \times 9 \times 2 \times 5 = 2^2 \times 3^2 \times 5$

56=.....	132=.....	280=.....	150=.....
120=.....	45=.....	110=.....	420=.....
630=.....	700.....	75=.....	88=.....

5. Calcolare, mediante scomposizione i fattori primi, M.C.D. e m.c.m dei seguenti gruppi di numeri:

45, 18, 6, 15, 4 →

63, 28, 36, 14, 21 →

54, , 36, 24, 18 →

96, 24, 160, 120, 40 →

Problemi geometrici

1. Il lato di un quadrato è lungo 118 cm. Di quanto si deve diminuire il lato perché l'area diminuisca di 2043 cm^2 ? [9 cm]
2. Da un foglio di carta quadrata la cui area è di 10404 cm^2 si vogliono ritagliare dei quadratini, aventi ciascuno il lato lungo cm 4. Calcolare il massimo numero di quadratini che si possono ottenere. [625]
3. In una cassa a forma di cubo con lo spigolo lungo 1,65 m si ripongono dei cubi di legno aventi ciascuno lo spigolo lungo cm 12. Quanti cubi contiene la cassa? Qual è il volume della parte di cassa non utilizzata? [2197; $695,709 \text{ cm}^3$]

Espressioni

Semplifica le seguenti espressioni numeriche

a. $347 - 4 \times \{25 - 7 \times [18 - 12 \times (3 \times 4 - 11) - 2 \times 3]\} =$ [247]

b. $\{[(0,05 + 0,2 \times 0,7) \times 0,4 + 0,8 \times 0,03] \times 0,3 + 0,5\} \times 2 - 1 =$ [0,06]

c. $\{3 + 196 : [7 + 7 \times (15 : 3 - 2)] - (8 \times 9 - 12) : 12\} : [(9 \times 9 + 12) : 3 - 78 : 3] =$ [1]

Problemi numerici

1. Un saponificio produce sapone da bucato in pezzi da 220g, in pezzi da 250g ed in pezzi da 350g ciascuno. Si vogliono confezionare questi pezzi in casse tutte della stessa massa e contenenti ciascuna pezzi di sapone tutti uguali. Quale dovrà essere la massa minima di ogni cassa? [38,5 kg]
2. Tre motociclisti percorrono nello stesso senso un circuito impiegando rispettivamente 14 secondi, 16 secondi e 20 secondi per compiere un giro intero. Se sono partiti insieme dal traguardo, quanti giri dovrà percorrere il primo motociclista prima di passare dal traguardo contemporaneamente agli altri due? [40]
3. Calcola il M.C.D. ed il m.c.m di due numeri scelti a piacere e trova come variano moltiplicando i due numeri prima per 3, poi per 5 ed infine per 7. Poi rispondi alla domanda: come variano il M.C.D. ed il m.c.m di due numeri quando i due numeri sono moltiplicati per uno stesso numero?

Calcola... senza calcolatrice!

1. Scomponi i seguenti numeri e calcola la radice quadrata di quelli che sono quadrati perfetti. q

Es. $324 = 2^2 \times 3^4$ quadrato perfetto perchè gli esponenti sono pari
 $\sqrt{324} = 2 \times 3^2$ gli esponenti si dividono per due

729 → 160 → 1600 → 4096 →

3020 → 1836 → 44 → 784 →

2. Scomponi i seguenti numeri e calcola la radice cubica di quelli che sono cubi perfetti.

Es. $51200 = 2^9$ cubo perfetto perchè gli esponenti sono multipli di tre
 $\sqrt[3]{512} = 2^3$ gli esponenti vengono divisi per tre

343 → 2740 → 729 → 1000 →

63 → 3375 → 652 → 216 →

Frazioni e numeri decimali

1. Metti in ordine **crescente** i seguenti gruppi di frazioni dopo averle trasformate in frazioni con il denominatore comune:

$$\frac{13}{20}, \frac{11}{12}, \frac{10}{21}, \frac{1}{2}$$

$$\frac{31}{22}, \frac{40}{33}, \frac{5}{6}, \frac{3}{2}$$

$$\frac{9}{2}, 2, \frac{11}{6}, \frac{7}{3}$$

2. Trasforma in frazione decimale i seguenti numeri decimali e quando possibile riduci le frazioni ai minimi termini:

$$1,144 = \dots\dots\dots$$

$$1,48 = \dots\dots\dots$$

$$0,0248 = \dots\dots\dots$$

$$0,256 = \dots\dots\dots$$

$$2,2250 = \dots\dots\dots$$

$$0,0510 = \dots\dots\dots$$

3. Trasforma in numero decimale le seguenti frazioni decimali:

$$\frac{39}{100} = \dots\dots\dots$$

$$\frac{129}{1000} = \dots\dots\dots$$

$$\frac{257}{1000} = \dots\dots\dots$$

$$\frac{139}{100000} = \dots\dots\dots$$

$$\frac{2047}{1000} = \dots\dots\dots$$

4. Trova le frazioni generatrici dei seguenti numeri decimali periodici:

$$0,\overline{6} = \dots\dots\dots \quad 1,\overline{24} = \dots\dots\dots$$

$$0,\overline{414} = \dots\dots\dots \quad 2,\overline{6} = \dots\dots\dots$$

$$2,0\overline{9} = \dots\dots\dots \quad 0,9\overline{7} = \dots\dots\dots$$

5. Semplifica le seguenti espressioni:

$$a) \left(1 - \frac{2}{3} + \frac{1}{4}\right)^2 \times \frac{48}{35} - \left(\frac{3}{5}\right)^2 \times \frac{5}{21} - \left(\frac{1}{2}\right)^3 : \frac{7}{12} = \left[\frac{1}{6}\right]$$

$$b) \frac{1}{20} \times \left[\left(2 + \frac{1}{3}\right)^2 \times \frac{3}{7} - 1\right]^2 + \left(1 + \frac{2}{3} - \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{1}{30} = \left[\frac{1}{12}\right]$$

$$c) \left[\frac{3}{10} - \left(\frac{7}{10} - \frac{1}{2}\right)^2 : \frac{3}{10}\right] \times \frac{9}{7} + \frac{3}{4} - \left(3 - \frac{5}{3}\right)^3 \times \left(\frac{3}{8}\right)^3 = \left[\frac{47}{56}\right]$$

$$d) \left[\frac{3}{20} + \frac{5}{12} - \left(\frac{3}{22} + \frac{1}{33}\right) : \frac{5}{14}\right]^2 \times \frac{75}{4} + \left(\frac{3}{2}\right)^3 : \frac{9}{2} + \frac{5}{8} = \left[\frac{25}{16}\right]$$

$$e) \frac{3}{10} + \frac{33}{40} : \left\{ \frac{3}{10} + \frac{5}{7} \times \frac{16}{35} \times \left[\left(\frac{7}{6} - \frac{3}{4}\right)^2 : \frac{5}{36} - \frac{3}{8}\right]^2 \right\} = \left[\frac{9}{5}\right]$$

$$f) \left\{ \left[\left(\frac{5}{2}\right)^3 - \left(\frac{7}{4} - \frac{5}{6}\right) \times \frac{10}{33} \times \left(\frac{3}{2}\right)^2 - \frac{5}{6}\right] \times \frac{3}{17} - \frac{7}{4} \right\}^3 \times \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \left[\frac{3}{16}\right]$$

$$g) \left\{ \left[\left(\frac{7}{58} + \frac{4}{87} - \frac{1}{3} : 2\right)^3 : \frac{3}{13} + \frac{4}{15}\right]^2 : \left(\frac{3}{5}\right)^2 - \left(\frac{2}{3}\right)^4 \right\} : \frac{19}{17} + 1 = [1]$$

Proprietà delle potenze

Risolvi applicando le proprietà delle potenze:

$$a. 5^3 \times 5^4 = \dots\dots\dots (12) \times (12)^3 = \dots\dots\dots 21^3 \times 21 \times 21^4 = \dots\dots\dots$$

$$b. [(-7^3)^2]^4 = \dots\dots\dots (3)^2 \times (3)^5 = \dots\dots\dots 3^4 : (3)^3 = \dots\dots\dots$$

$$c. (-4)^5 \times (-4)^4 \times (-4)^3 \times (-4)^2 \times (-4) = \dots\dots\dots [(4^2)^7]^4 = \dots\dots\dots$$

$$d. (2^7 \times 2^6 \times 2^4 \times 2^3) : (2^8 \times 2^2 \times 2) = \dots\dots\dots (7^{11} : 7^3) \times 7^2 = \dots\dots\dots$$

$$e. [(4^2 \times 4^3 \times 4^4 \times 4^5)]^2 : (4^{12} \times 4^{10}) = \dots\dots\dots [(23^4)^5]^3 = \dots\dots\dots$$

2. Semplifica le seguenti espressioni numeriche applicando, quando possibile, le **proprietà delle potenze**:

$$a) \left[4^2 \times (4 \times 4^3)^2 : 4^6 \right]^2 : (4^3 \times 4^2) = \quad [4^3]$$

$$b) \left[3^4 \times 3^5 \right]^2 : 3^{10} : \left\{ 3^{10} : \left[(3^8 : 3^5) : 3 \right]^3 \right\}^2 = \quad [3^8]$$

$$c) \left[(5^2 \times 5)^4 : 5^9 \right]^4 \times \left[(5^4 : 5^2)^3 : (5^2 \times 5^3) \right]^0 = \quad [5^{12}]$$

$$d) \left\{ \left[2^7 : (2^8 : 2^5)^2 \right]^{10} : 2^4 \right\}^5 : \left[(2^3 \times 2^2 \times 2)^3 : 2^8 \right]^3 = \quad [1]$$

$$e) \left\{ \left[(7^3)^2 : (7^5 : 7^2) \right]^2 : (7^4 \times 7) \right\}^3 \times \left[(7 \times 7^0)^0 \times 7^2 \right]^2 = \quad [7^7]$$

$$f) \left\{ \left[(3^2)^3 \times 3^2 \right]^2 : (3 \times 3^3)^4 \right\}^7 \times \left[(3^2 \times 3^3)^2 : 3^5 \right]^2 = \quad [3^{10}]$$

$$g) 100^3 : \left\{ \left[2^2 + (5^5 : 5^2 + 5) : 26 \right]^2 : 3 + (18^3 : 6^3) - 2^2 \right\}^3 = \quad [8]$$

$$h) \left\{ \left[(53^2 - 45^2) : 7 + 3 \times 2^4 \right] : \left[(21^2 - 7 \times 8) : 7 - 17 \times 3 \right]^2 + 2 \times 5^2 \right\}^2 : (2^2 + 2^3 + 2^4 + 2^5) = [60]$$

3. Semplifica le seguenti espressioni, applicando, dove è possibile, le proprietà delle potenze:

$$\text{a) } \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{16}\right) + \left(-2 + \frac{3}{4}\right)^2 : \frac{5}{4} - \left(-1 + \frac{3}{4} - \frac{1}{2}\right)^2 = \quad [+1]$$

$$\text{b) } \left[(-2)^2 + \frac{1}{3} \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^4 \cdot (-2)^5\right] : \left[\left(-\frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{2} \cdot (-2)\right] = \quad \left[\frac{8}{3}\right]$$

$$\text{c) } \left[\left(-\frac{1}{2}\right)^5 : \left(-\frac{1}{2}\right)^4 - \frac{1}{2}\right]^3 : \left[\left(1 + \frac{1}{2}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{2}\right)\right]^2 = \quad \left[-\frac{16}{9}\right]$$

$$\text{d) } \left(-\frac{3}{4} + \frac{1}{2}\right)^2 : \left(+\frac{5}{4} - 2\right)^2 + \left(\frac{5}{4} - 1\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{3} + 5\right) - \left(-\frac{1}{2}\right) \cdot \left(-2 + \frac{4}{3}\right)^2 - 1 = \quad \left[\frac{-1}{3}\right]$$

$$\text{e) } \left(2 - \frac{9}{5}\right) + \left[\left(\frac{4}{5} - \frac{3}{10}\right)^3 \cdot \left(\frac{27}{20} : \frac{1}{4} - 5\right)^3 + \left(-1 + \frac{4}{5}\right)^2\right] : \left(-2 + \frac{8}{5}\right)^2 + \frac{1}{3} = \quad \left[\frac{5}{6}\right]$$

$$\text{f) } \left(-1 + \frac{1}{2}\right)^2 - \left(\frac{2}{3} - 1\right)^2 + \left(\frac{1}{2} - 1\right) \cdot \left(-1 + \frac{2}{3}\right) - 2 \cdot \left(+\frac{1}{3}\right) = \quad \left[-\frac{13}{36}\right]$$

$$\text{g) } \left(1 - \frac{2}{5}\right)^2 : \left[1 - \left(-\frac{1}{2}\right)^5 : \left(-\frac{1}{2}\right)^4\right] \cdot \left(1 + \frac{7}{8}\right) = \quad \left[\frac{9}{20}\right]$$

Equivalenze

Esegui le seguenti equivalenze:

1. $\text{dm } 346 = \text{dam} \dots$

$\text{km } 2,3 = \text{m} \dots$

$\text{m } 2978 = \text{hm} \dots$

$\text{cm } 3,23 = \text{m} \dots$

$\text{mg } 21 = \text{g} \dots$

$\text{hg } 748 = \text{t} \dots$

$\text{Kg } 29,73 = \text{t} \dots$

$\text{t } 2,1 = \text{kg} \dots$

2. $\text{cm}^2 36496 = \text{m}^2 \dots$

$\text{dm}^2 129237 = \text{hm}^2$

$\text{m}^2 4,5 = \text{cm}^2 \dots$

$\text{dam}^2 157 = \dots$

$\text{mm}^2 17351 =$

3. $\text{m}^3 32 = \text{dm}^3 \dots$

$\text{cm}^3 4789 = \text{m}^3 \dots$

$\text{hm}^3 1,2 = \text{km}^3 \dots$

$\text{dam}^3 26 = \text{m}^3 \dots$

$\text{mm}^3 = 1,3 \text{ cm}^3 \dots$

4. $\text{l } 39,8 = \text{cl} \dots$

$\text{hl } 1474 = \text{cl} \dots$

$\text{dal } 95,7 = \text{cl} \dots$

$\text{dl } 132 = \text{dal} \dots$

$\text{l } 7,95 = \text{m}^3 \dots$

$\text{dm}^3 128 = \text{dl} \dots$

$\text{cl } 57,21 = \text{cm}^3 \dots$

$\text{cm}^3 2389 = \text{l} \dots$

Problema

Un automobilista ha percorso 5 giri di una pista in $13^{\text{m}}10^{\text{s}}$. quanto tempo impiegherà per percorrere 13 giri,correndo sempre alla stessa velocità media? $[34^{\text{m}}14^{\text{s}}]$

Proporzioni

1. Risolvi le seguenti proporzioni:

a) $14 : x = 7 : 5$

b) $42 : 30 = x : 20$

c) $x : 20 = 24 : 30$

d) $10 : 15 = x : 9$

a) $20 : x = x : 45$

b) $63 : x = x : 28$

c) $x : 0,2 = 2,45 : x$

Problemi con le proporzioni

1. Un negoziante acquista della merce a 235 € e la rivende a 290 €. Qual'è il suo guadagno percentuale? [23,4%]

2. Alle partite giocate in casa dalla squadra della mia città hanno assistito:

- nel campionato del 2017 -2018: 65200 spettatori

- nel campionato 2018- 2019: 70750 spettatori.

Qual è stato l'aumento percentuale degli spettatori nel campionato 2018-2019?

[8,51%]

3. In un compito in classe di matematica:

• 1 alunno ha preso 9

• 2 alunni hanno preso 8

• 2 alunni hanno preso 7

• 10 alunni hanno preso 6

• 7 alunni hanno preso 5

• 1 alunno ha preso 4

• 2 alunni hanno preso 3

Qual è la percentuale degli alunni che hanno preso la sufficienza?

[60 %]