

ALLEGATO C al Documento di Classe

A.S. 2025/2026

Classe **5^aD** Liceo Scientifico Sportivo

TESTI DELLE SIMULAZIONI DI PRIMA E SECONDA PROVA

SIMULAZIONE PRIMA PROVA DELL'ESAME DI STATO

TIPOLOGIA A

TIPOLOGIA B

TIPOLOGIA C

SIMULAZIONE SECONDA PROVA DELL'ESAME DI STATO

discorso coerente e organizzato. Conduci la tua riflessione analizzando il modo in cui il ritratto emerge attraverso le due diverse prospettive, della moglie e del figlio.

Mantenendo il collegamento con il testo che hai analizzato e in riferimento alle tue conoscenze ed esperienze, prosegui il tuo commento analizzando il conflitto con la figura paterna così come compare nella letteratura italiana e straniera dell'Ottocento e del Novecento.

PROPOSTA A2

Italo Calvino, *Le città invisibili*, Mondadori, Milano 2022.

Il brano che segue è tratto dal primo capitolo di uno dei più fortunati libri di Calvino, *Le città invisibili* (1972). Si tratta di una riscrittura fantastica del *Milione* di Marco Polo, il grande viaggiatore veneziano vissuto a cavallo tra il XIII e il XIV secolo. Calvino immagina che Marco Polo si trovi seduto di fronte all'imperatore della Cina Kublai Khan, nel suo palazzo, e che gli descriva come è fatto il suo regno, che cosa nasconde e come vivono le persone che lo abitano. Il dialogo fra i due assume via via la forma di un dialogo socratico: le domande e i dubbi di Kublai Khan, così come le incertezze e la malinconia di Marco Polo, servono per impostare una riflessione sul senso del potere, sui confini del visibile, sugli inganni della memoria, sulla devastazione che avanza minacciosa all'orizzonte e sui modi in cui è forse possibile resisterele.

*Non è detto che Kublai Kan creda a tutto quel che dice Marco Polo quando gli descrive le città visitate nelle sue ambascerie, ma certo l'imperatore dei tartari continua ad ascoltare il giovane veneziano con più curiosità e attenzione che ogni altro suo messo e esploratore. Nella vita degli imperatori c'è un momento, che segue all'orgoglio per l'ampiezza sterminata dei territori che abbiamo conquistato, alla malinconia e al sollievo di sapere che **presto rinunceremo a conoscerli e a comprenderli**; un senso come di vuoto che ci prende una sera con l'odore degli elefanti dopo la pioggia e della cenere di sandalo che si raffredda nei bracieri; una vertigine che fa tremare i fiumi e le montagne istoriate sulla fulva groppa¹ dei planisferi, arrotola uno sull'altro i dispacci che ci annunciano il franare degli ultimi eserciti nemici di sconfitta in sconfitta, e scrosta la ceralacca dei sigilli di re mai sentiti nominare che implorano la protezione delle nostre armate avanzate in cambio di tributi annuali in metalli preziosi, pelli conciate e gusci di testuggine: è il momento disperato in cui si scopre che quest'impero che ci era sembrato la somma di tutte le meraviglie è uno sfacelo senza fine né forma, che la sua corruzione è troppo incancrenita perché il nostro scettro possa mettervi riparo, che il trionfo sui sovrani avversari ci ha fatto eredi della loro lunga rovina. Solo nei resoconti di Marco Polo, Kublai Kan riusciva a discernere, attraverso le muraglie e le torri destinate a crollare, la filigrana d'un disegno così sottile da sfuggire al morso delle termiti.*

Le città e la memoria. 1.

Partendosi di là e andando tre giornate verso levante, l'uomo si trova a Diomira, città con sessanta cupole d'argento, statue in bronzo di tutti gli dei, vie lastricate in stagno, un teatro di cristallo, un gallo d'oro che canta ogni mattina su una torre. Tutte queste bellezze il viaggiatore già conosce per averle viste anche in altre città. Ma la proprietà di questa è che chi vi arriva una sera di settembre, quando le giornate s'accorciano e le lampade multicolori s'accendono tutte insieme sulle porte delle friggitorie, e da una terrazza una voce di donna grida: uh!, **gli viene da invidiare quelli che ora pensano d'aver già vissuto una sera uguale a questa e d'esser stati quella volta felici.**

Le città e la memoria. 2.

All'uomo che cavalca lungamente per terreni selvatici viene desiderio d'una città. Finalmente giunge a Isidora, città dove i palazzi hanno scale a chiocciola incrostate di chioccioline marine, dove si fabbricano a regola d'arte cannocchiali e violini, dove quando il forestiero è incerto tra due donne ne incontra sempre una terza, dove le lotte dei galli degenerano in risse sanguinose tra gli scommettitori. A tutte queste cose egli pensava quando desiderava una città. Isidora è dunque la città dei suoi sogni: con una differenza. La città sognata conteneva lui giovane; a Isidora arriva in tarda età. Nella piazza c'è il muretto dei vecchi che guardano passare la gioventù; lui è seduto in fila con loro. I desideri sono già ricordi.

Le città e il desiderio. 1.

Della città di Dorotea si può parlare in due maniere: dire che quattro torri d'alluminio s'elevano dalle sue mura fiancheggiando sette porte dal ponte levatoio a molla che scavalca il fossato la cui acqua alimenta quattro verdi canali che attraversano la città

e la dividono in nove quartieri, ognuno di trecento case e settecento fumaioli; e tenendo conto che le ragazze da marito di ciascun quartiere si sposano con giovani di altri quartieri e le loro famiglie si scambiano le mercanzie che ognuna ha in privativa²: bergamotti³, uova di storione, astrolabi⁴, ametiste⁵, fare calcoli in base a questi dati fino a sapere tutto quello che si vuole della città nel passato nel presente nel futuro; oppure dire come il cammelliere che mi condusse laggiù: «Vi arrivai nella prima giovinezza, una mattina, molta gente andava svelta per le vie verso il mercato, le donne avevano bei denti e guardavano dritto negli occhi, tre soldati sopra un palco suonavano il clarino, dappertutto intorno giravano ruote e sventolavano scritte colorate. Prima d'allora non avevo conosciuto che il deserto e le piste delle carovane. Quella mattina a Dorotea sentii che non c'era bene della vita che non potessi aspettarmi. Nel seguito degli anni i miei occhi sono tornati a contemplare le distese del deserto e le piste delle carovane; ma ora so che questa è solo una delle tante vie che mi si aprivano quella mattina a Dorotea».

1. **Istoriati sulla fulva groppa:** disegnati sulla superficie rossiccia.
2. **In privativa:** in esclusiva.
3. **Bergamotti:** tipo di agrumi.
4. **Astrolabi:** antichi strumenti astronomici.
5. **Ametiste:** varietà di quarzo di colore viola.

Comprensione e analisi

Puoi rispondere punto per punto oppure costruire un unico discorso che comprenda le risposte alle domande proposte.

1. Che differenza (di tema, tono, registro) c'è tra la parte introduttiva, in corsivo, e le parti relative alla descrizione delle città, in tondo?
2. Chi è il narratore delle sezioni che seguono l'introduzione?
3. Quando si parla del «... sollievo di sapere che presto rinunceremo a conoscerli e a comprenderli» si allude alla morte. In che senso questa può essere un sollievo?
4. Spiega il significato del seguente periodo: «... gli viene da invidiare quelli che ora pensano d'aver già vissuto una sera uguale a questa e d'esser stati quella volta felici».

Interpretazione

La città è uno dei temi preferiti da molti scrittori del Novecento ma anche da vari registi (pensa per esempio al film Manhattan di Woody Allen o a Roma di Federico Fellini) e pittori. Come si può spiegare l'attenzione a questo tema da parte di tanti artisti? Come viene di solito rappresentata l'esperienza cittadina? La città è più spesso emblema del progresso e della civilizzazione o luogo caotico, fatto di alienazione, solitudine, mancanza di comunicazione? È vero che molte città (e quindi i loro abitanti) hanno "un'anima"? Approfondisci questo tema con riferimenti ad autori, pittori, registi a te noti e alle loro opere.

TIPOLOGIA B – ANALISI E PRODUZIONE DI UN TESTO ARGOMENTATIVO

PROPOSTA B1

Testo tratto da: **Claude Lévi-Strauss**, *Tristi Tropici*, Mondadori, Milano, 1960, pp. 36-42.

«Oggi che le Isole Polinesiane, soffocate dal cemento armato, sono trasformate in portaerei pesantemente ancorate al fondo di Mari del Sud, che l'intera Asia prende l'aspetto di una zona malaticcia e le bidonvilles rodono l'Africa, che l'aviazione commerciale e militare viola l'intatta foresta americana o melanesiana, prima ancora di poterne distruggere la verginità, come potrà la pretesa evasione dei viaggi riuscire ad altro che a manifestarci le forme più infelici della nostra esistenza storica? Questa grande civiltà occidentale, creatrice delle meraviglie di cui godiamo, non è certo riuscita a produrle senza contropartita. [...] Ciò che per prima cosa ci mostrate, o viaggi, è la nostra sozzura gettata sul volto dell'umanità. [...] Un tempo si rischiava la vita nelle Indie o in America per conquistare beni che oggi sembrano illusori: legna da bruciare (da cui "Brasile"); tintura rossa o pepe che alla corte di Enrico IV era considerato a tal punto una ghiottoneria che usavano tenerlo nelle bomboniere e masticarlo a grani. Quelle scosse visive e olfattive, quel gioioso calore per gli occhi, quel bruciore squisito per la lingua, aggiungevano un nuovo registro alla gamma sensoriale di una civiltà che non si era ancora resa conto della sua scipitezza. Diremo allora che, per un doppio rovesciamento, i nostri moderni Marco Polo riportano da quelle stesse terre, questa volta sotto forma di fotografie, libri e resoconti, le spezie morali di cui la nostra società prova un acuto bisogno sentendosi sommergere dalla noia? Un altro parallelismo mi sembra ancora più significativo. Questi moderni condimenti sono, che lo si voglia o no, falsificati; non certo perché la loro natura sia puramente psicologica, ma perché, per quanto onesto possa essere il narratore, egli non può più presentarci sotto forma autentica. Per metterci in condizione di poterli accettare è necessario, mediante una manipolazione che presso i più sinceri è soltanto inconscia, selezionare e setacciare i ricordi e sostituire il convenzionale al vissuto. [...] Questi primitivi, che basta aver visto una volta per esserne edificati, queste cime di ghiaccio, queste grotte e queste foreste profonde, templi di alte e proficue rivelazioni, sono, per diversi aspetti, i nemici di una società che recita a se stessa la commedia di nobilitarli nel momento in cui riesce a sopprimerli, mentre quando erano davvero avversari, provava per essi solo paura e disgusto. Povera selvaggina presa al laccio della civiltà meccanizzata, indigeni della foresta amazzoniana, tenere e impotenti vittime, posso rassegnarmi a capire il destino che vi distrugge, ma non lasciarmi ingannare da questa magia tanto più meschina della vostra, che brandisce davanti a un pubblico avido gli album di foto a colori al posto delle vostre maschere ormai distrutte. Credono forse così di potersi appropriare del vostro fascino? [...] Ed ecco davanti a me il cerchio chiuso: meno le culture umane erano in grado di comunicare fra loro, e quindi di corrompersi a vicenda, meno i loro rispettivi emissari potevano accorgersi della ricchezza e del significato di quelle differenze. In fin dei conti, sono prigioniero di un'alternativa: o viaggiatore antico, messo di fronte a un prodigioso spettacolo di cui quasi tutto gli sfuggiva – peggio ancora, gli ispirava scherno e disgusto – o viaggiatore moderno, in cerca di vestigia di una realtà scomparsa. [...] Fra qualche secolo, in questo stesso luogo, un altro esploratore altrettanto disperato, piangerà la sparizione di ciò che avrei potuto vedere e che mi è sfuggito. Vittima di una doppia incapacità, tutto quel che vedo mi ferisce, e senza tregua mi rimprovero di non guardare abbastanza».

Comprensione e analisi

Puoi rispondere punto per punto oppure costruire un unico discorso che comprenda le risposte a tutte le domande proposte.

1. Sintetizza il contenuto del brano proposto, individuandone gli snodi argomentativi.
2. Interpreta la frase '*Ciò che per prima cosa ci mostrate, o viaggi, è la nostra sozzura gettata sul volto dell'umanità*'.
3. Illustra la funzione delle domande che intercalano il testo e quale effetto Claude Lévi-Strauss ha inteso ottenere nell'animo del lettore.
4. Quale differenza è individuata, a parere dell'autore, tra antichi e moderni nel relazionarsi con l'Altro? Per quale motivo il viaggiatore moderno cerca '*vestigia di una realtà scomparsa*'?

Produzione

Rifletti sul tema del viaggio così come è inteso nella società contemporanea e che viene messo in discussione nel brano proposto, facendo emergere criticamente la tua opinione con dati ripresi dalla tua esperienza e dalle tue conoscenze. Organizza tesi e argomentazioni in un discorso coerente e coeso.

PROPOSTA B2

Testo tratto da: **Vito Mancuso**, *Non ti manchi mai la gioia. Breve itinerario di liberazione*, Garzanti, Milano, 2023, pp. 81-82.

«Il primo pensiero giusto è vivere per qualcosa più importante di sé. Esso nasce quando, dal guardare e concepire il mondo secondo una psicologia e una spiritualità immature, analoghe al primitivo sistema astronomico tolemaico, si passa a una psicologia e una spiritualità evolute, analoghe al più raffinato e più veritiero sistema astronomico copernicano. Il primo pensiero giusto sorge quando nella mente e nel cuore di un essere umano avviene il passaggio dal geocentrismo all'eliocentrismo: quando dal fare istintivamente di se stessi la stella si comprende di essere in realtà un pianeta, e così, dal considerare tutto sulla base del proprio ristretto interesse, si passa a una dilatazione della mente e del cuore che fa comprendere l'esatta proporzione delle cose.

Uno apre gli occhi, inizia a guardare il mondo non più in funzione di sé con sguardo ricurvo e uncinato, ma con sguardo dritto per quello che esso è, poi si mette a pensare e dice a se stesso: la natura è più importante di me, la cultura è più importante di me, la giustizia è più importante di me, ci sono mille cose più importanti di me. Chi sente questa attrazione della verità e acconsente al suo richiamo esce dalla caverna dell'Io e perviene alla luce della realtà: il suo sguardo, come ho detto, si raddrizza, e dall'essere ricurvo a forma di uncino, espressione della natura vorace e predatoria della sua precedente immaturità tolemaica, inizia a essere dritto, espressione della rettitudine copernicana che ora lo abita. Il che lo conduce a vivere in modo da fare di sé non un immaturo e vorace complemento di termine, ma un maturo e libero soggetto, responsabilmente legato a un codice di valori che lo rende degno di servire la realtà».

Comprensione e analisi

Puoi rispondere punto per punto oppure costruire un unico discorso che comprenda le risposte a tutte le domande proposte.

1. Riassumi il brano proposto, individuando la tesi sostenuta dall'autore.
2. Nel testo torna più volte il riferimento metaforico al sistema astronomico tolemaico e a quello copernicano: spiega come esso viene applicato al ragionamento dell'autore.
3. Il cambiamento di prospettiva dovrebbe spingere il lettore a uscire 'dalla caverna dell'Io' e a pervenire 'alla luce della realtà'. Chiarisci il significato dell'immagine impiegata, tenendo presente che essa rievoca il mito della caverna con cui il filosofo greco Platone raffigurava la condizione umana, prigioniera dell'apparenza e ignara della verità.
4. Chi abbraccia uno sguardo nuovo smette i panni di 'immaturo e vorace complemento di termine' per divenire 'un maturo e libero soggetto': chiarisci il significato attribuito dall'autore a tale metafora.

Produzione

Facendo riferimento alle tue conoscenze, alle tue letture e alle tue esperienze, proponi una tua riflessione sulle considerazioni presenti nel brano, elaborando un testo in cui tesi e argomentazioni siano organizzate in un discorso coerente e coeso.

PROPOSTA B3

Testo tratto da: **Gabriele Crescente**, *Il peso dell'intelligenza artificiale sull'ambiente*, 22 marzo 2024, <https://www.internazionale.it/notizie/gabriele-crescente/2024/03/22/intelligenza-artificiale-ambiente>.

«Il boom dell'intelligenza artificiale ha scatenato accese discussioni sulle sue possibili conseguenze apocalittiche, dalla scomparsa di milioni di posti di lavoro al rischio che le macchine possano sfuggire al controllo degli esseri umani e dominare

il pianeta, ma finora relativamente poca attenzione è stata dedicata a un aspetto molto più concreto e immediato: il suo crescente impatto ambientale.

I software come ChatGpt richiedono centri dati estremamente potenti, che consumano enormi quantità di energia elettrica. Secondo l’Agenzia internazionale dell’energia i centri dati, l’intelligenza artificiale e le criptomonete sono responsabili del 2 per cento del consumo mondiale di elettricità, un dato che potrebbe raddoppiare entro il 2026 fino a eguagliare il consumo del Giappone.

Questa crescita sta già mettendo in crisi le reti elettriche di alcuni paesi, come l’Irlanda, che dopo aver cercato per anni di attirare i giganti del settore dell’informatica, ha recentemente deciso di limitare le autorizzazioni per nuovi centri dati.

I server hanno anche bisogno di grandi quantità di acqua per il raffreddamento. Il Financial Times cita una stima secondo cui entro il 2027 la crescita dell’IA possa produrre un aumento del prelievo idrico compreso tra 4,2 e 6,6 miliardi di metri cubi all’anno, più o meno la metà di quanta ne consuma il Regno Unito.

Le aziende del settore fanno notare che l’intelligenza artificiale può avere un ruolo fondamentale nella lotta alla crisi climatica e ambientale: le sue applicazioni possono essere usate per aumentare l’efficienza delle industrie, dei trasporti e degli edifici, riducendo il consumo di energia e di risorse, e la produzione di rifiuti. Secondo le loro stime, quindi, la crescita del suo impatto ambientale netto è destinata a rallentare per poi invertirsi.

Ma alcuni esperti intervistati da Undarke¹ sono scettici e citano il paradosso di Jevons, secondo cui rendere più efficiente l’uso di una risorsa può aumentare il suo consumo invece di ridurlo. Man mano che i servizi dell’intelligenza artificiale diventano più accessibili, il loro uso potrebbe aumentare talmente tanto da cancellare qualunque effetto positivo.

A complicare la valutazione è anche la scarsa trasparenza delle aziende, che rende difficile quantificare l’impatto dei loro servizi e la validità delle loro iniziative per aumentarne la sostenibilità. Le cose potrebbero presto cambiare.

L’Ai act² approvato a febbraio dall’Unione europea obbligherà le aziende a riferire in modo dettagliato il loro consumo di energia e risorse a partire dal 2025, e il Partito democratico statunitense ha da poco presentato una proposta di legge simile».

1. **Undarke**: rivista di divulgazione scientifica digitale.
2. **Ai act**: nuovo Regolamento europeo sull’Intelligenza Artificiale.

Comprensione e analisi

Puoi rispondere punto per punto oppure costruire un unico discorso che comprenda le risposte a tutte le domande proposte.

1. Riassumi il contenuto del brano e individua gli snodi argomentativi.
2. Quali effetti positivi potrebbe eventualmente avrebbe l’Ai sull’ambiente?
3. Come si presenta e come si cerca di risolvere la questione della “trasparenza” da parte delle aziende del settore AI?
4. Cosa si intende con l’espressione ‘*paradosso di Jevons*’?

Produzione

Sulla base delle tue conoscenze e delle tue esperienze personali elabora un testo nel quale sviluppi il tuo ragionamento sul “boom” dell’intelligenza artificiale e del suo impatto sull’ambiente, oltre che sulla società e sulle abitudini dei singoli e dei gruppi. Argomenta in modo tale che gli snodi del tuo ragionamento siano organizzati in un testo coerente e coeso.

TIPOLOGIA C – RIFLESSIONE CRITICA DI CARATTERE ESPOSITIVO-ARGOMENTATIVO SU TEMATICHE DI ATTUALITA'

PROPOSTA C1

Testo tratto da: **Vittorino Andreoli**, *L'uomo di vetro. La forza della fragilità*, Rizzoli, Milano 2008.

La forza della fragilità

«La fragilità è all'origine della comprensione dei bisogni e della sensibilità per capire in quale modo aiutare ed essere aiutati. Un umanesimo spinto a conoscere la propria fragilità e a viverla, non a nascondersela come se si trattasse di una debolezza, di uno scarto vergognoso per la voglia di potere, che si basa sulla forza reale e semmai sulle sue protesi. Vergognoso per una logica folle in cui il rispetto equivale a fare paura.

Una civiltà dove la tua fragilità dà forza a quella di un altro e ricade su di te promuovendo salute sociale che vuol dire serenità. Serenità, non la felicità effimera di un attimo, ma la condizione continua su cui si possono inserire momenti persino di ebbrezza.

La fragilità come fondamento della saggezza capace di riconoscere che la ricchezza del singolo è l'altro da sé, e che da soli non si è nemmeno uomini, ma solo dei misantropi che male hanno interpretato la vita propria e quella dell'insieme sociale».

Lo psichiatra Vittorino Andreoli riconosce la fragilità come una dimostrazione di autentica forza per gli uomini. Rifletti su questa tematica, facendo riferimento alle tue conoscenze, esperienze e letture personali. Assegna un titolo al tuo elaborato e suddividi il testo in paragrafi muniti di sottotitolo.

PROPOSTA C2

Testo tratto: da **Silvia Pagliuca**, *Gen Z e lavoro, visionari o viziati?*, in «Il Sole 24 ore», 14 novembre 2023.

«I giovani sono viziati e poco avvezzi al sacrificio o provano a dare risposte a domande che fino a qualche tempo fa nessuno aveva il coraggio di fare? Ha fatto il giro del mondo il video in cui la giovane tiktoker, Brielle Asero, si è detta sconvolta dall'idea di dover affrontare una giornata lavorativa da 8 ore: "Come posso avere tempo per vivere se lavoro dalle 9 alle 17 e in più ne impiego altre due per raggiungere il luogo di lavoro?" ha detto in lacrime, generando reazioni contrastanti sul web. Un lavoro da 8 ore, del resto, è per la maggior parte delle persone la normalità. Ma chi l'ha detto che debba essere così anche in futuro? La Generazione Z, ovvero ai nati tra la metà degli anni '90 e il 2010, prova a cambiare le regole. E lo fa partendo da domande scomode: ha senso una vita votata esclusivamente al lavoro? Quanta della mia felicità è connessa strettamente al lavoro e alla stabilità finanziaria e quanta invece deriva da tutto ciò che accade nella vita privata, dal tempo che dedico a me e agli altri? Domande legittime, le cui risposte generano fratture profonde nel mondo del lavoro e non solo. Le prime tre cose che i giovani chiedono durante un colloquio di lavoro sono: opportunità di sviluppo, benefit e flessibilità. Lo sviluppo personale pesa per il 35% nella scelta di un nuovo lavoro. Il denaro si ferma al 25%. Ritengono inoltre imprescindibile avere un buon equilibrio tra lavoro e vita privata, da qui l'attenzione agli orari di lavoro flessibili (35%). Il rispetto per gli spazi di vita privata è un indicatore importante anche per valutare il management. La Gen Z ricerca nei leader, infatti, persone che abbiano sì ottime capacità decisionali e ispirazionali, ma anche disponibilità nel prendersi cura dei singoli, attenzione per la salute mentale, equità, trasparenza ed empatia».

L'estratto di questo articolo tocca il tema del lavoro e della generazione Z, che si pone nei confronti di esso in modo molto diverso dalle generazioni di chi li ha preceduti. Considerando le tue esperienze personali o conoscenze, elabora un testo in cui rifletti sul modo in cui i giovani nel 2026 si avvicinano al mondo del lavoro e di quanto e come vorreste cambiare quello che i vostri predecessori vi hanno lasciato in questo ambito. Se lo ritieni utile, suddividi il tuo elaborato in paragrafi muniti di titolo.

Simulazione seconda prova dell'esame di stato

Il candidato o la candidata risolve uno dei due problemi e risponde a 4 quesiti del questionario.

Problemi

1. È data la funzione

$$f(x) = \frac{ax + b}{x^2 + 1}$$

con a e b parametri reali e $a \neq 0$.

a. Determina i valori di a e b in modo che $x = 1$ sia un punto di massimo e che la distanza tra i due punti stazionari del grafico della funzione f sia uguale a $2\sqrt{5}$.

D'ora in avanti poni $a = 4$ e $b = 0$.

b. Studia la funzione f ottenuta e determina in particolare:

- il dominio, gli zeri, il segno e le eventuali simmetrie;
- le equazioni degli asintoti;
- i punti di massimo e minimo relativi o assoluti;
- i punti di flesso.

Utilizza i risultati acquisiti per rappresentare il grafico della funzione sul piano cartesiano. Scrivi inoltre le equazioni delle rette tangenti al grafico di f nei suoi punti di flesso.

c. Considera le funzioni:

$$g(x) = e^x \quad \text{e} \quad h(x) = \frac{1}{x}$$

Traccia i grafici qualitativi delle seguenti funzioni:

- $y = g(f(x))$
- $y = h(f(x))$

specificando per ognuna il dominio, gli zeri, il segno, gli asintoti, i punti di massimo e minimo relativi o assoluti.

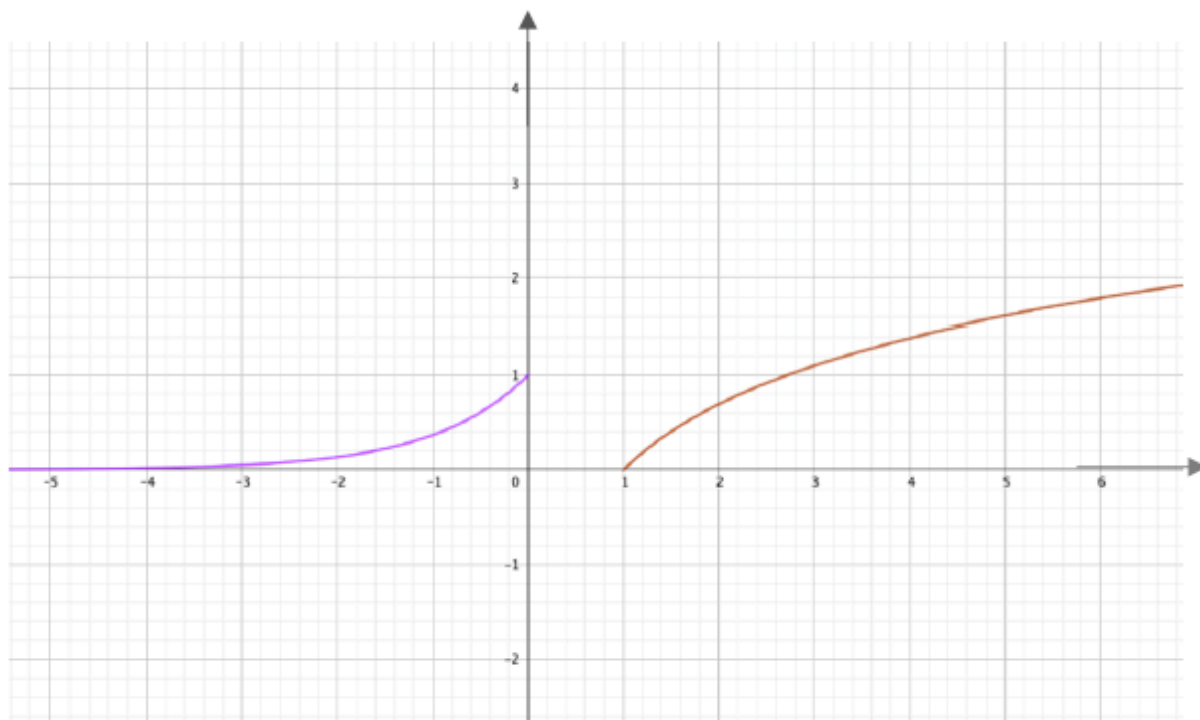
Posto $G(x) = g(f(x))$, dimostra che $h(G(x)) = G(-x)$ e traccia il grafico della funzione $y = h(G(x))$.

d. Considera la funzione definita a tratti, con k parametro reale:

$$p(x) = \begin{cases} k \frac{4x}{x^2 + 1} & 0 \leq x \leq \sqrt{e-1} \\ 0 & \text{altrove} \end{cases}$$

Determina il valore del parametro k in modo che $\int_{-\infty}^{+\infty} p(x) dx = 1$.

2. In figura, sono rappresentati i grafici della funzione esponenziale, con $x < 0$, e della funzione logaritmica, con $x > 1$, entrambe in base naturale



a. Determinare il polinomio di terzo grado $P(x)$ in modo che la funzione

$$f(x) = \begin{cases} e^x & x < 0 \\ P(x) & 0 \leq x \leq 1 \\ \ln(x) & x > 1 \end{cases}$$

sia continua e derivabile in \mathbb{R}

b. Posto $P(x) = 4x^3 - 6x^2 + x + 1$, dimostrare che ammette un ulteriore zero distinto da 1. Dopo aver determinato le ascisse dei punti stazionari e studiato la concavità, tracciare il grafico del polinomio completando il grafico γ rappresentativo della funzione f .

c. Indicato con B il punto di flesso di $P(x)$ e con A e C i punti di ascisse, rispettivamente, $x = 0$ e $x = 1$, dimostrare che B è il centro di simmetria dell'arco di estremi A e C . Verificare che le rette tangenti a γ , nei punti A e C , sono parallele.

d. Scrivere l'equazione della retta t , tangente al grafico γ , nel punto B di ascissa $\frac{1}{2}$. Verificare che t non ha ulteriori punti in comune con γ . Determinare l'area della regione finita di piano delimitata da t , da γ e dalla retta di equazione $x = \frac{3}{2}$.

Quesiti

1. È data la funzione $y = \ln(e^{ax} + e^{x+b})$ con $a > 1$ e $b > 0$. Determina i valori di a e b , in modo che la funzione abbia un asintoto obliquo destro di equazione $y = 2x$ e un asintoto obliquo sinistro di equazione $y = x + 1$.

2. Un dado regolare ha 12 facce, numerate da 1 a 12.

Se si eseguono 6 lanci, qual è la probabilità che esca la faccia con il numero 5 almeno 3 volte?

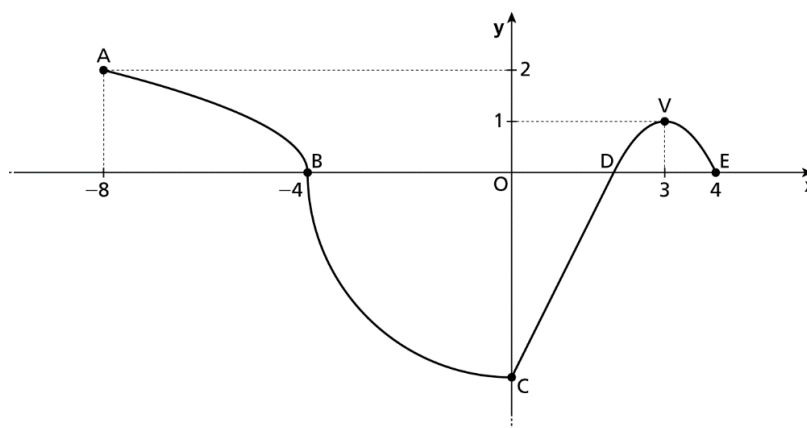
Quante volte occorre lanciare il dado, come minimo, affinché la probabilità che non esca mai la faccia con il numero 5 sia minore dello 0,5%?

3. Determinare l'equazione della superficie sferica S , con centro sulla retta

$$r: \begin{cases} x = t \\ y = t \\ z = t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$$

tangente al piano $\pi: 3x - y - 2z + 14 = 0$ nel punto $T(-4; 0; 1)$.

4. Il grafico in figura, che rappresenta la funzione continua $y = f(x)$, è l'unione dell'arco AB di parabola di vertice B , dell'arco BC di circonferenza di centro O , del segmento CD e dell'arco DE di parabola di vertice V .



- Scrivi l'espressione analitica della funzione $f(x)$, definita a tratti nell'intervallo $[-8; 4]$, ricavando le informazioni dal grafico.
- Studia la derivabilità della funzione $f(x)$ e scrivi le equazioni delle eventuali rette tangenti al grafico nei suoi punti di ascissa $x = -4$, $x = 0$, $x = 2$ e $x = 3$.
- Determina le coordinate dei punti del grafico di $f(x)$ in cui la retta tangente è inclinata di 135° rispetto al semiasse positivo delle ascisse.

5. Tra tutti i rettangoli di perimetro uguale a 12, individua quello che, ruotando intorno a uno dei suoi lati, genera il cilindro di volume massimo.

Quindi, occorre lanciare il dado come minimo 61 volte affinché la probabilità che non esca mai la faccia con il numero 5 sia minore dello 0,5%.

Documento di classe 5°D Alleg

In sintesi:

a) La probabilità che esca la faccia 5 almeno 3 volte in 6 lanci è $\frac{28502}{2985984} \approx 0.009545$ (circa 0.955%).

b) Occorre lanciare il dado almeno 61 volte.

6. È data la funzione definita a tratti

$$f(x) = \begin{cases} a(x-2)^2 + b & x < 0 \\ \sqrt{cx+1} & x \geq 0 \end{cases} \quad \text{con } a, b, c \in \mathbf{R}$$

a. Determina i valori di a , b , c in modo che:

- f soddisfi le ipotesi del teorema di Lagrange sull'intervallo $[\alpha, 2]$, con $\alpha < 0$;
- il grafico di f passi per il punto $A(2, 3)$.

b. Posti $a = -\frac{1}{2}$, $b = 3$, $c = 4$, stabilisci se esiste almeno un valore di α per il quale $x = 0$ sia un punto di Lagrange.

7. Supponi che il prezzo di un bene sia x e che la domanda del bene (cioè la quantità richiesta dal mercato) sia espressa, in dipendenza dal prezzo, dalla funzione $f(x)$; in economia si definisce *elasticità della domanda* la funzione:

$$E(x) = x \cdot \frac{f'(x)}{f(x)}$$

La funzione $E(x)$ esprime approssimativa $E(x)$ aria, in percentuale, la domanda, in corrispondenza di un aumento dell'1% del prezzo x .

Considera la seguente funzione f , che descrive la domanda mensile di un certo modello di condizionatori d'aria:

$$f(x) = (4x + 12) \cdot e^{-x} \quad \text{per } x \geq 1$$

In essa, il prezzo x è in migliaia di euro ed è espresso senza unità di misura (ossia, se per esempio il condizionatore costa 2000 €, allora $x = 2$).

- Calcola il limite di $f(x)$ per x che tende a $+\infty$ e spiega perché il risultato è coerente con il fatto che $f(x)$ descrive la domanda di un bene.
- Si dice che la domanda è rigida se l'*elasticità della domanda* è compresa tra -1 e 0 . Per quali prezzi la domanda di condizionatori è rigida?

8. Sia g una funzione continua e derivabile in \mathbf{R} e sia $y = 2x - 1$ l'equazione della retta tangente al grafico di g nel suo punto di ascissa 1. Determina l'equazione della retta tangente nel punto di ascissa 1 al grafico della funzione:

$$f(x) = \int_1^{g(x)} t^2 dt$$

Durata massima della prova: 6 ore.

È consentito l'uso di calcolatrici scientifiche o grafiche purché non siano dotate della capacità di elaborazione simbolica algebrica e non abbiano la disponibilità di connessione a Internet.